第２章　平方根

第６講・平方根①
平方根

要点整理

1　平方根

(1)　2乗する（平方する）と a（$a \geqq 0$）になる数を，a の**平方根**という。すなわち，$x^2=a$ にあてはまる x の値が，a の平方根である。

(2)　正の数 a の平方根は2つあり，絶対値が等しく，符号が異なる。

a の2つの平方根のうち，正の方を $\sqrt{a}$，負の方を $-\sqrt{a}$ と表す。記号 $\sqrt{\ }$ を**根号**といい，$\sqrt{a}$ は「**ルート a**」と読む。

(3)　0の平方根は0だけであり，また，負の数には，その平方根はない。

(4)　$a>0$ のとき，

$(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$，

$\sqrt{a^2}=a$，$\sqrt{(-a)^2}=a$

●平方根

$a>0$ のとき，

a ⇒（平方根を求める）⇒ $\sqrt{a}$，$-\sqrt{a}$

$\sqrt{a}$，$-\sqrt{a}$ →（2乗する（平方する））→ a

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{90x}$ が整数になるような最小の正の整数 x を求めなさい。

(2)　$\sqrt{\dfrac{525}{a}}$ が整数になる自然数 a のうち，最小のものを求めよ。

例題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{10-n}$ の値が整数となるような，自然数 n は何個あるか。

(2)　$\sqrt{40-2n}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

6−1　n を自然数とする。$\sqrt{\dfrac{224n}{135}}$ が分母と分子がともに自然数である分数となる最も小さい n の値を求めよ。

6−2　$\sqrt{120n}$ が整数となるような正の整数 n のうち，4番目に小さいものを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第６講・確認テスト

［1］　次の ア ～ ク にあてはまる数を求めなさい。

(1)　$\sqrt{540n}$ が整数になる自然数 n を小さい順に３つ求めると，$n=$ アイ ，ウエ ，オカキ である。

(2)　$\sqrt{\dfrac{2520}{n}}$ が整数になる自然数 n の値の個数は ク 個である。

［2］　次の ケ ～ ツ にあてはまる数を求めなさい。

(1)　$\sqrt{135-9n}$ が整数となる自然数 n を小さい順にすべて求めると，$n=$ ケ ，コサ ，シス ，セソ である。

(2)　$\sqrt{n^2+35}$ が整数となる自然数 n の値をすべて求めると，$n=$ タ ，チツ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２章　平方根

第６講・平方根①　平方根

例題 1

(1)　$x=10$　　(2)　$a=21$

解説

(1)　$90=2\times3^2\times5$　各素数の指数が偶数になるようにすればよいので，最小の x は，
$x=2\times5=10$
（各素数の指数が偶数になる ← $a>0$ のとき，$\sqrt{a^2}=a$ を利用。）

(2)　$525=3\times5^2\times7$　各素数の指数が偶数になるようにすればよいので，最小の a は，
$a=3\times7=21$

例題 2

(1)　4 個　　(2)　$n=2$，12，18，20

解説

(1)　$10-n$ が 0，1，4，9 のときで，n は 4 個ある。

(2)　$40-2n$ は，0 以上 40 未満の偶数になるから，$40-2n$ が，0，2^2，4^2，6^2 のときである。$n=2$，12，18，20

6－1

$n=210$

解説

$\frac{224}{135}=\frac{2^5\times7}{3^3\times5}=\frac{2^4\times2\times7}{3^2\times3\times5}$ より，最小の自然数 n は，$n=2\times7\times3\times5$

6－2

$n=480$

解説

$120=2^3\times3\times5=2^2\times2\times3\times5$ より，条件を満たす n のうち k 番目のものを n_k とすると，

$n_1=2\times3\times5$，$n_2=2\times3\times5\times2^2$，$n_3=2\times3\times5\times3^2$，$n_4=2\times3\times5\times4^2=480$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第6講・確認テスト

［1］　次の［ア］～［ク］にあてはまる数を求めなさい。

（1）　$\sqrt{540n}$ が整数になる自然数 n を小さい順に3つ求めると，$n=$［アイ］，［ウエ］，［オカキ］である。

（2）　$\sqrt{\dfrac{2520}{n}}$ が整数になる自然数 n の値の個数は［ク］個である。

［2］　次の［ケ］～［ツ］にあてはまる数を求めなさい。

（1）　$\sqrt{135-9n}$ が整数となる自然数 n を小さい順にすべて求めると，$n=$［ケ］，［コサ］，［シス］，［セソ］である。

（2）　$\sqrt{n^2+35}$ が整数となる自然数 n の値をすべて求めると，$n=$［タ］，［チツ］である。

解答

［1］	ア　1	イ　5	ウ　6	エ　0	オ　1	カ　3	キ　5	ク　4
［2］	ケ　6	コ　1	サ　1	シ　1	ス　4	セ　1	ソ　5	タ　1
	チ　1	ツ　7						

解説

［1］

（1）　$540=2^2\times3^3\times5$ より，n の値は小さい順に，$3\times5=15$，$2^2\times3\times5=60$，$3^3\times5=135$，…となる。

（2）　$2520=2^3\times3^2\times5\times7$ より，$\dfrac{2520}{n}=1$，2^2，3^2，$2^2\times3^2$ の4つの場合があるから，n の値の個数は4個である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［2］

⑴　$135-9n=3^2\times(15-n)$ より，$15-n$ が整数の平方となればよい。よって，

$15-n=9$ のとき，$n=6$，$15-n=4$ のとき，$n=11$，$15-n=1$ のとき，$n=14$，

$15-n=0$ のとき，$n=15$

⑵　n^2+35 が整数の平方になればよいから，m を整数として，$n^2+35=m^2$ とすると，

$m^2-n^2=35$ より，$(m+n)(m-n)=35$

$m+n$，$m-n$ は整数で，$35=7\times5$，または 35×1 だから，

$\begin{cases} m+n=7 \\ m-n=5 \end{cases}$ のとき，$m=6$，$n=1$

$\begin{cases} m+n=35 \\ m-n=1 \end{cases}$ のとき，$m=18$，$n=17$

よって，$n=1$，17

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。